



广西师范大学  
GUANGXI NORMAL UNIVERSITY

大学物理实验(I)

# 用单摆测重力 加速度

▶ 授课老师 – 秦丽清





# 一、实验目的

1

掌握用单摆法测量重力加速度的方法，加深对简谐运动规律的认识。

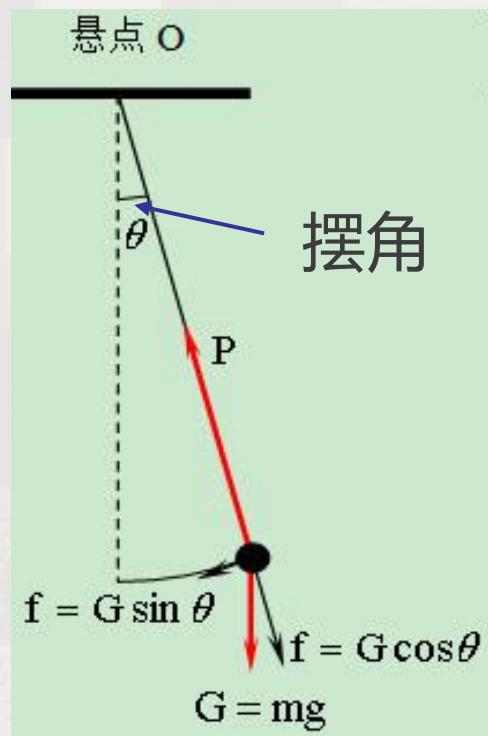
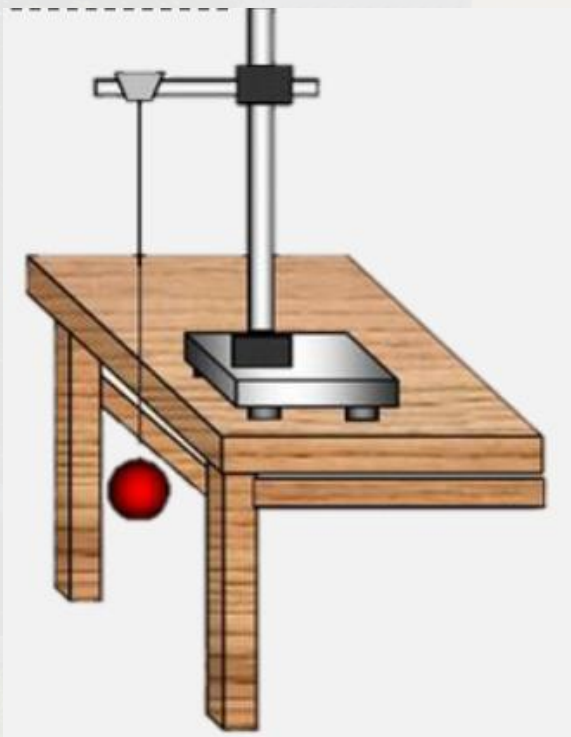
2

学习用图解法处理数据。



## 二、实验背景和原理

### 1 单摆



最大摆角小于 $5^\circ$

$$g = \frac{4\pi^2 L}{T^2}$$



## 二、实验背景和原理

### 2 重力加速度 $g$ ：反应地球引力强弱的一个地球物理常数

地点	纬度	重力加速度( $m/s^2$ )
赤道	$0^\circ$	9.780
桂林	$25^\circ 29'$	9.7897
广州	$23^\circ 06'$	9.788
北京	$39^\circ 46'$	9.801
莫斯科	$55^\circ 45'$	9.816

各地：细微差别



地球物理的研究、重力探矿探油等



## 二、实验背景和原理

3

### 重力加速度 $g$ 的几种测量方法

单摆法

自由落  
体法

气垫导  
轨法

凯特摆  
法

三线摆  
法



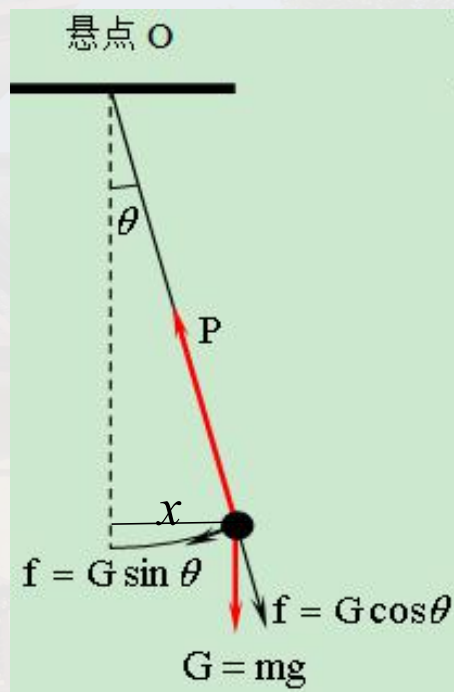
## 二、实验背景和原理

### 单摆：

摆球在平衡位置左右作周期性摆动的一种机械装置

小角度摆动： $\theta \leq 5^\circ$   $\longrightarrow$  简谐振动

单摆具有：等时性



$$\left. \begin{array}{l} \sin \theta \approx \frac{x}{L} \\ f = G \sin \theta = -mg \frac{x}{L} = -m \frac{g}{L} x \\ f = ma \end{array} \right\} a = -\frac{g}{L} x$$

由简谐振动的动力学方程，得： $a = -\omega^2 x$

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$



## 二、实验背景和原理

4

测量目标：g

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

$$g = \frac{4\pi^2 L}{T^2} \quad (1)$$

公式法：固定L，多次测量周期T

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{g} L \quad (2)$$

图解法：测多组 $T_i \sim L_i$ ，→作 $T^2 \sim L$ 关系图，则由斜率可求解g

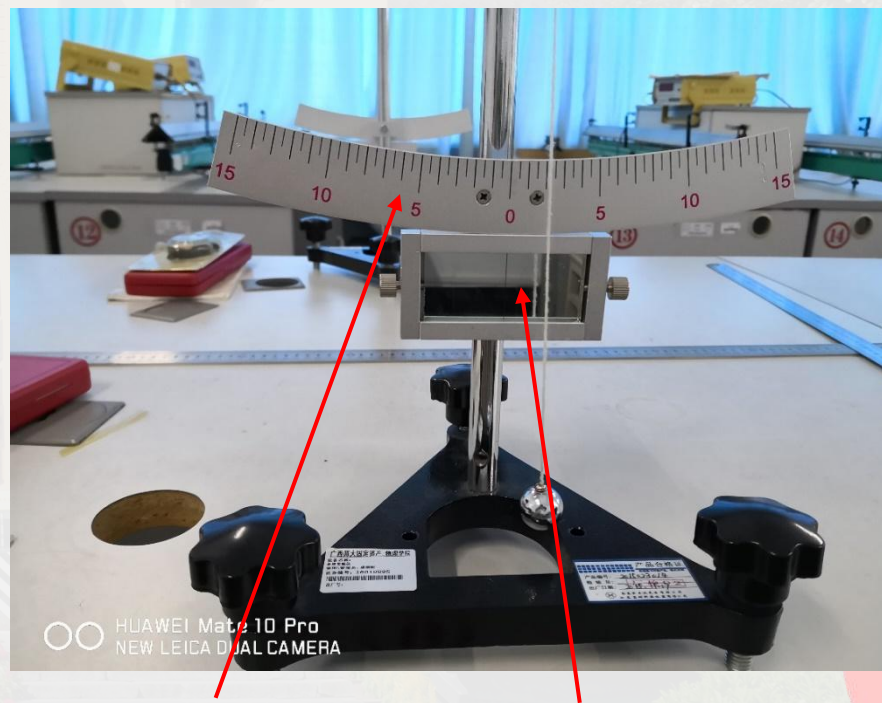


# 三、实验仪器

## 1 单摆系统

使用前需**调节水平**

**平衡位置**：细线及其在镜中的像与平面镜中虚线相重合，  
**三线合一**



角度尺

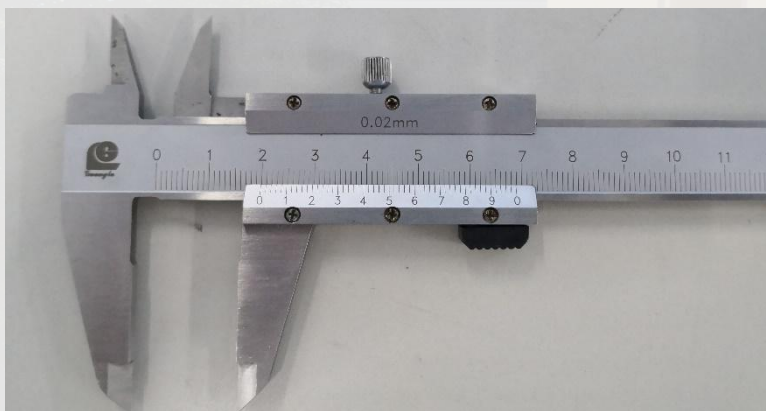
视差消除镜



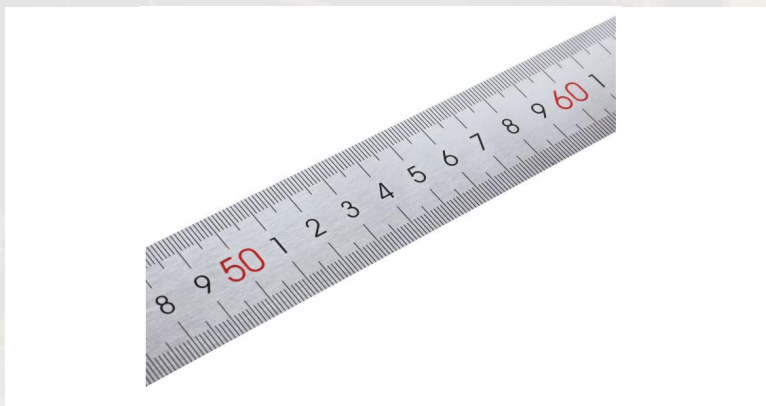


# 三、实验仪器

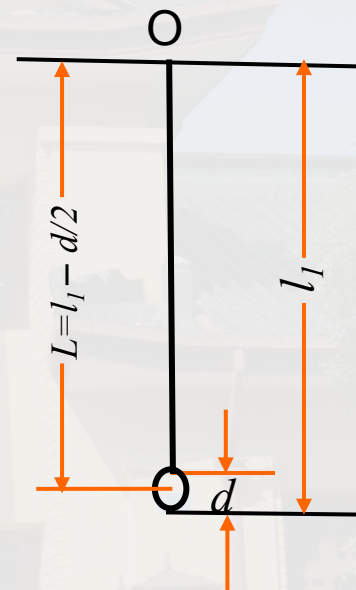
## 2 长度测量仪器



游标卡尺：  
精度为 0.02 mm



钢米尺：  
精度为 1 mm



$l_1$ ：悬点O至小球最低点的距离

$d$ ：摆球直径

则有效摆长  $L = l_1 - d/2$



# 三、实验仪器

## 3 测时仪器 秒表，精度为 0.01 s

误差来源：动作超前或滞后

令启 $\Delta t_1$ 、停 $\Delta t_2$ ，则相对误差

$$E = \frac{\Delta t_1 + \Delta t_2}{t} = \frac{0.2s}{t}, \quad t = nT$$

即，测量周期数越多，相对误差越小



周期累计法

复位按钮

起/停按钮





# 四、实验内容与步骤

$$\bar{g} = \frac{4\pi^2 L}{\bar{T}^2}$$

## 1 公式法求解g

固定摆长L (如, 取~65 cm)

- 用钢米尺**单次**测量悬点至小球最低点的距离  $l_1$
- 用游标卡尺**多次**测量摆球的直径  $d$ , 即
$$L = l_1 - \frac{\bar{d}}{2}$$
- 测量  $t=50T$  所需时间, 重复测量五次 (计时测量要求从平衡点启停)
- 测量结果:  $g = \bar{g} \pm u_c(\bar{g})$  (单位) (3)

次数 物理量	1	2	3	4	5	平均值
总线长 $l_1$ (mm)						
直径 $d$ (mm)						$\bar{d}$
时间 $t=50T$ (s)						$\bar{T}$



## 四、实验内容与步骤

2

### 图解法求解g

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{g}L$$

1) 改变摆长L (如, 取L约为 45cm~65cm), 测相对应的T

- 用游标卡尺多次测量摆球直径d
- 用钢米尺单次测量悬点O至小球最低点的距离 $l_1$ , 则摆长 $L_i = l_{1i} - \frac{\bar{d}}{2}$
- 测量 $t=50T$ 所需时间
- 改变摆长, 共测量五组

次数	1	2	3	4	5
物理量					
直径 $d$ (mm)					
总线长 $l_{1i}$ (mm)					
摆长 $L_i$					
时间 $t=50T$ (s)					

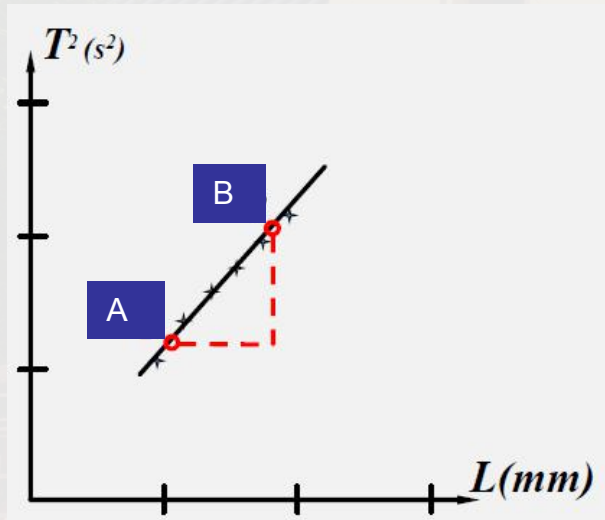


## 四、实验内容与步骤

### 2 图解法求解g

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{g}L$$

2) 作 $T^2 \sim L$  关系图, 由斜率k可求解当地重力加速度g



$$k = \frac{T_B^2 - T_A^2}{L_B - L_A} \quad (4)$$

$$g = \frac{4\pi^2}{k} \quad (5)$$

3) 计算百分误差: ( 桂林本地公认值:  $g_0 = 9.7897 \text{ m/s}^2$  )

$$E = \frac{|g - g_0|}{g_0} \times 100\%$$



# 五、误差分析：不确定度估计

## 1 公式法求解g

$$\bar{g} = \frac{4\pi^2 L}{\bar{T}^2}$$

### 1) 摆长L

$$\text{总线长 } l_1 : u_C(l_1) = u_B(l_1) = \frac{1\text{mm}}{\sqrt{3}}$$

$$\text{摆球直径 } d : u_A(\bar{d}) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^5 (d_i - \bar{d})^2}{5 \times (5-1)}}, u_B(\bar{d}) = \frac{0.02\text{mm}}{\sqrt{3}}, u_C(\bar{d}) = \sqrt{u_A^2(\bar{d}) + u_B^2(\bar{d})}$$

$$\text{则: } u_C(L) = \sqrt{u_C^2(l_1) + \left(\frac{u_C(\bar{d})}{2}\right)^2} \quad (6)$$



# 五、误差分析：不确定度估计

## 1 公式法求解g

$$\bar{g} = \frac{4\pi^2 L}{\bar{T}^2}$$

$$2) \text{ 周期 } T : u_A(\bar{T}) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^5 (T_i - \bar{T})^2}{5 \times (5-1)}}, \quad u_B(\bar{T}) = \frac{0.2+0.01}{\sqrt{3}} \quad (n = 50)$$

$$u_C(\bar{T}) = \sqrt{u_A^2(\bar{T}) + u_B^2(\bar{T})} \quad (7)$$

$$3) \text{ 合成不确定度 : } u_C(\bar{g}) = \bar{g} \sqrt{\left(\frac{u_C(L)}{L}\right)^2 + \left(2 \frac{u_C(\bar{T})}{\bar{T}}\right)^2} \quad (8)$$



## 六、思考

- 1 公式 $g = \frac{4\pi^2 L}{T^2}$ 成立的条件是什么？在实验中如何保证这些条件实现？
- 2 如果摆长为1m，摆球水平位移为15cm，这将对周期测量产生多大影响？结果是偏大还是偏小？
- 3 分析实验结果，请讨论本实验产生误差的主要原因。
- 4 如何改进周期计时方法？





# 单摆系统的近似

1

## 摆角对T的影响

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \left[ 1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \sin^2 \frac{\theta}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \left(\frac{3}{2}\right)^2 \sin^4 \frac{\theta}{2} \right] \quad (9)$$

一级近似： $\theta \leq 5^\circ$

时

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}}$$

L一定，等时性

二级近似：

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \left( 1 + \frac{1}{4} \sin^2 \frac{\theta}{2} \right)$$

L一定，T与 $\sin^2 \frac{\theta}{2}$ 成线性关系



# 单摆系统的近似

## 2 摆线质量 $u$ ，小球体积对 $T$ 的影响

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{g} L \left( 1 + \frac{1}{10} \frac{d^2}{L^2} - \frac{1}{5} \frac{u}{m} \right) \quad (10)$$

总结

线轻、球小（密度大）、摆角小



广西师范大学  
GUANGXI NORMAL UNIVERSITY

大学物理实验(I)

感谢您的观看

▶ 授课老师 – 秦丽清

